

# Per: інтерналізація теорії типів Мартіна-Льофа

М.Е. Сохацький<sup>1</sup>

Групоїд Інфініті.

\* Кореспондент: maxim@synrc.com

## Анотація

Ця стаття демонструє формальне вбудовування теорії типів Мартіна-Льофа в виконуючу кубічну типову систему з повним набором правил виводу. Це стало можливим завдяки кубічній теорії типів та типовому кубічному верифікатору **cubicaltt**<sup>1</sup> в 2017 році. Був пройдений довгий шлях від чистих типових систем AUTOMATH де Брейна до гомотопічних типових верифікаторів. Ця стаття стосується тільки формального ядра теорії типів Мартіна-Льофа:  $\Pi$  і  $\Sigma$  типів (які відповідають квантору загальності  $\forall$  та квантору існування  $\exists$  у класичній логіці) та типу-рівності.

Кожна мовна імплементація повинна бути протестована. Один з можливих сценаріїв тестування типових верифікаторів це пряме вбудовування в модель теорії типів виконуючого верифікатора. Так як всі типи в теорії формулюються за допомогою п'яти прарвиль: формації, конструкції, елімінації, обчислювальності, унікальності), ми зконструювали номінальні типи-синоніми для виконуючого верифікатора та довели, що це є реалізацією MLTT. Це може розглядатися як універсальний тест для імплементації типового верифікатора, позаяк компенсація інтро правила та правила елімінатора пов'язані в правилі обчислення та рівності (бета та ета редукціях). Таким чином, доводжучи реалізацію MLTT, ми доводимо властивості самого виконуючого верифікатора.

Більш формально, кубічне MLTT вбудовування конструктивно виражає  $J$  елімінатор типу-рівності та його рівняння — правило обчислення, що було неможливо до кубічної інтерпретації. Також цей випуск відкриває серію статей присвячених формалізації основ математики в кубічній теорії типів, MLTT моделюванню та кубічній верифікації. Так як не всі можуть бути знайомі з теорією типів, це випуск також містить їх інтерпретації з точки зору різних розділів математики.

Додамо, що це тільки вхід в техніку прямого вбудовування і після MLTT моделювання, ми можемо піднятися вище — до вбудовування в систему індуктивних типів, і далі, до вбудовування CW-комплексів як зклеюк вищих індуктивних типів.

---

<sup>1</sup><http://github.com/mortberg/cubicaltt>